

simboluri - Descrierea soluției
Vlad Mihaly - Universitatea Tehnică Cluj-Napoca

Soluție 1 $O(N * Q)$ - 100p

Ne vom baza pe următorul rezultat binecunoscut din teoria numerelor:

Lemă. *Orice număr impar N nedivizibil cu 5 admite un multiplu ce se scrie doar cu cifre de 1.*

Demonstrația folosește clasicul principiu al cutiei pentru secvența $1, 11, \dots, 111\dots 1$ (ultimul număr având N cifre): dacă unul dintre numere este divizibil cu N , totul este clar, în caz contrar, avem N termeni care pot da $N - 1$ resturi distincte la împărțirea cu N . Deci, vor exista două care să dea același rest, iar prin scăderea lor obținem un număr de forma $11\dots 100\dots 0$, care este divizibil cu N . Cum $(N, 10) = 1$, avem că $11\dots 1$ este multiplu al lui N , ceea ce este o contradicție. Deci, în secvența de numere $1, 11, \dots, 11\dots 1$ se găsește un multiplu al lui N .

O posibilă soluție ar fi eliminarea puterilor lui 10. Este esențială observația următoare: dacă un număr este multiplu de 16 sau 25, atunci acesta nu poate avea un multiplu care folosește un singur simbol. Atunci, o putere a lui 2 mai mare decât 3 sau o putere a lui 5 mai mare decât 2 se poate completa cu un număr proporțional de simboluri de 0. Apoi, pentru numărul N_1 obținut din N prin eliminarea puterilor lui 2 și 5 admite un multiplu de forma $11\dots 1$, conform lemei. Acest multiplu se înmulțește cu 2, 4, 5 sau 8 și se completează cu numărul corespunzător de cifre de 0. Complexitatea: $O(N)$ per query.

Soluție 2. - 20p -

Folosim numere mari pentru a implementa multiplii lui N . Apoi se afișează cel cu număr de simboluri distincte cel mai mic.